EX3 :

a) * $(\vec{j}+\vec{k}).(\vec{k}-\vec{j}) = \|\vec{k}\|^2 - \|\vec{j}\|^2 = 1-1=0$ d'où $(\vec{j}+\vec{k}) \perp (\vec{k}-\vec{j})$

- $(\vec{j}+\vec{k}).\vec{i} = \vec{j}.\vec{i} + \vec{k}.\vec{i} = 0+0=0$ d'où $(\vec{j}+\vec{k}) \perp \vec{i}$
- $(\vec{k}-\vec{j}).\vec{i} = \vec{k}.\vec{i} - \vec{j}.\vec{i} = 0-0=0$ d'où $\vec{i} \perp (\vec{k}-\vec{j})$

d'où le repère $(O, \vec{j}+\vec{k}, \vec{k}-\vec{j}, \vec{i})$ est orthogonal

b) $(\vec{i}-\vec{j}).(\vec{j}-\vec{k}) = \vec{i}.\vec{j} - \vec{i}.\vec{k} - \vec{j}.\vec{j} + \vec{j}.\vec{k} = 0-0-\|\vec{j}\|^2+0 = -1 \neq 0$

d'où le repère $(O, \vec{i}-\vec{j}, \vec{j}-\vec{k}, \vec{k}-\vec{i})$ n'est pas orthogonal

EX4 :

1) $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA} = (\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}) \wedge \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{BA} = \vec{0} + \overrightarrow{AC} \wedge (-\overrightarrow{AB})$
$= -(\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

2) $\overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \wedge (\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{AB} = \vec{0} + (-\overrightarrow{AC}) \wedge \overrightarrow{AB}$
$= -(\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

3) * $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \Rightarrow \|\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA}\| = \|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\|$

$\Rightarrow BC \times BA \times \sin\hat{B} = AB \times AC \times \sin\hat{A}$

$\Rightarrow BC.\sin\hat{B} = AC.\sin\hat{A}$

$\Rightarrow \dfrac{AC}{\sin\hat{B}} = \dfrac{BC}{\sin\hat{A}}$ (1)

- $\overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \Rightarrow \|\overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{CB}\| = \|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\|$

$\Rightarrow AC \times BC \times \sin\hat{C} = AB \times AC \times \sin\hat{A}$

$\Rightarrow BC.\sin\hat{C} = AB.\sin\hat{A}$

$\Rightarrow \dfrac{AB}{\sin\hat{C}} = \dfrac{BC}{\sin\hat{A}}$ (2)

$(1)+(2) \Rightarrow \dfrac{AB}{\sin\hat{C}} = \dfrac{AC}{\sin\hat{B}} = \dfrac{BC}{\sin\hat{A}}$

Qarray.tn-Aqra Blech- Qarray.tn